

## TEKSTÜLESANNETE LAHENDAMISOSKUSE UURIMINE



**Ragne Kuusk**

Kroonuaia Kooli õpetaja

### Sissejuhatus

Tekstülesannete lahendamine on vahendiks reaalse nähtuste matemaatilise modelleerimise oskuse kujundamisel. Tekstülesannete lahendamine on kõikide matemaatika-alaste teadmiste ja oskuste süntees. Sellest lähtuvalt saab otsustada õpilase jõudluse üle matemaatikas just tema tekstülesannete lahendamisoskuse põhjal.

### Tekstülesande lahendamisoskuse uurimise alused

Tekstülesannete lahendamisoskuse uurimisel on vaja õpetajal kõigepealt välja selgitada, millisel ülesande teadvustamise tasandil õpilasel probleemid tekivad.

Tinglikult võiks lähtuda järgmistest tasanditest.

1. Kujutus ülesandes kirjeldatavast reaalsest situatsioonist.
2. Kujutus matemaatilisest situatsioonist – esemelise mudeli (joonise) koostamise oskus.
3. Matemaatilise situatsiooni kujutamine skeemina.
4. Matemaatilise situatsiooni kujutamine sümbolite tasandil – aritmeetilise mudeli (võrduse, võrrandi) koostamine ja lahendamine.

Tekstülesannete lahendusoskuse uurimist alustatakse raskeimast, neljandast astmest ja liigutakse järjest esimese poole, et näha, mis etapil kaob tõrge. Seejärel on võimalik hakata lähemalt uurima, milliste osaoskuste omandatust ja põhitegevuste rakendamist eeldab vastaval ülesande teadvustamise tasandil töötamine ning kuivõrd omandatud need lapsel on.

Järgnevalt näidatakse ühetehtelise hulkade kombineerimisülesande vartal, kuidas uurida antud tüüpi tekstülesande lahendamisoskust.

### Ülesanne:

*Müüja lõikas kangast ära 3 meetrit riidet, siis veel 2 meetrit. Mitu meetrit riidet müüja ära lõikas?*

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps oskab antud tüüpi ülesandeid lahendada: taastab loetu põhjal tekstibaasi, konstrueerib selle põhjal situatsioonimudeli ja matemaatilise situatsioonimudeli, koostab puuduvat tehetelementi fikseeriva võrduse, valib õige tehte, arvutab ja sõnastab vastuse.	Õpilasel palutakse ülesanne läbi lugeda, lahendada ja sõnastada vastus. Kui laps tuleb sellega iseseisvalt toime, võib õpetaja arvata, et laps on omandanud kõik eesmärgis märgitud osaoskused. Kui ei tule, on vaja täpsemat uurimist.

Õ: Loe ülesanne ette!

L: Müüja lõikas kangast ära 3 meetrit riidet, siis veel 2 meetrit. Mitu meetrit riidet müüja ära lõikas?

Õ: Lahenda ülesanne.

L: (lahendab kirjalikult paberile)  $3 - 2 = 1$

Õ: Kirjuta alla ülesande vastus.

L: 1

Õ: Ütle, mida sa teada said?

L: Et lõigati ära 1 meetrit.

Antud ebaõige lahenduse põhjal peaksid õpetajal tekkima teatud oletused selle kohta, miks laps lahendas valesti:

- laps ei olnud piisavalt tähelepanelik, ei mõtestanud lahti matemaatilist situatsiooni, toetus koheselt märksõnale "lõikas ära" ja valiski lahutamistehte;

- laps ei saanud reaalsest situatsioonist aru, mistõttu pole võimalik mõista ka matemaatilist situatsiooni ja siis lähtuski stereotüüpselt märksõnast "lõikas ära" ning sooritas vastavalt lahutamistehte.

Nüüd nende oletuste kontrollimiseks sõnastab õpetaja enda jaoks uue uurimiseesmärgi ja esimese abina üritab koostada koos lapsega matemaatilise situatsiooni mudeli.

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas õpilane oskab matemaatilist situatsiooni (juttu on hulkade ühendamise) kujutada sümbolite tasandil. Selle tegevuse nähtav tulemus on võrdus $3 + 2 = 5$ . Kui laps selle kirjutab, siis me võime oletada, et ta teadvustab matemaatilist situatsiooni (hulkade ühendamist). Kui laps kirjutab $3 - 2 = 1$ , siis see ei tarvitse veel tähendada, et ta ei teadvusta situatsiooni, see võib tähendada ka seda, et ta ajas lihtsalt märgid segi.	Õpilasele esitatakse küsimusi ülesande tingimuste ja matemaatilise situatsiooni kohta.

Õ: Kas sa lahendasid ülesande õigesti? Loe veelkord uuesti, ole hästi tähelepanelik.

Laps loeb.

Õ: Mitu meetrit algul ära lõigati?

L: 3

Õ: Kirjuta. Mitu meetrit veel lõigati?

L: 2

Õ: Kirjuta

Lehele on nüüd kirjutatud 3 2

Õ: Mis need arvud sul näitavad?

L: Algul lõigati 3m siis veel 2m.

Õ: Mida ülesandes küsitakse?

L: Mitu meetrit riiet müüja ära lõikas?

Õ: Mis märgi sa siis nende arvude vahele pead nüüd panema?

L: Miinus.

Matemaatilise situatsiooni kujutamine sümbolite tasandil tähendab matemaatilise mudeli koostamist, st võrduse kirjutamist, antud juhul oleks selle ülesande matemaatiline mudel  $3 + 2 = 5$ . Antud juhul laps siiski sellega toime ei tulnud, järelkult õpilane ei oska koostada matemaatilist mudelit või ei mõista ka matemaatilist situatsiooni. Nüüd üritatakse koos lapsega kujutada matemaatilist situatsiooni skeemina või joonisena. Antud lapse puhul on otsustavam koostada joonis.

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas õpilane teadvustab matemaatilist situatsiooni ja oskab seda ka joonise näol modelleerida.	Palutakse õpilasel teha sobiv joonis. Joonis võib jääda aga tegemata lihtsalt seetõttu, et laps ei oska joonistada. Niisiis, kui laps ei tule joonise tegemisega toime, lastakse tal see valida olemasolevate jooniste hulgast

Õ: Loe ülesanne. Tee ülesande juurde joonis!

Laps ei oska.

Õ: Vali milline joonis sobib ülesandega (õpetajal on 3 joonist, mille hulgas on ka üks sobiv)

L: Ei oska valida.

Kuna laps ei tulnud toime ei joonise iseseisva tegemisega ega ka valimisega, ei saa ta tõepoolest aru, mis tegelikult ülesandes toimub.

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas õpilasel on tekkinud teksti põhjal kujutlus reaalsest ostumüügi situatsioonist: kaks inimest ostavad kangapoes riiet – üks tädi ostab ühe tüki ja teine tädi teise tüki või tal ei teki üldse sellist kujutlust.	Esitatakse küsimusi teksti spetsiifiliste sündmuste kohta, nt tegelastega seonduvate küsimuste ajaline struktuur, kujutlus hulkadevahelistest seostest – kas midagi antakse ära või saadakse juurde. See hõlmab ka selliseid situatsioonisse puutuvaid küsimusi, millest tekstis otseselt juttu pole, aga mida laps ise peaks teksti põhjal tuletama või järeldama.

Õ: Mis tegevusest on ülesandes juttu?

L: Riide lõikamisest.

Õ: Mis poes müüjad lõikavad riidet?

L: Poes.

Õ: Kas toidupoes?

L: Ei, poes noh, kus riideid müüakse.

Õ: Miks ta lõikas riidet?

L: Keegi tahtis osta.

Õ: Kui palju riidet müüja algul lõikas?

L: 3 meetrit.

Õ: Mitu meetrit riidet müüja veel lõikas?

L: 2 meetrit.

Õ: Mis sa arvad, mitu inimest riidet ostsid?

L: Ei tea.

Õ: Mitu riidetükki müüja ära lõikas?

L: 1

Selgub, et lapsel on puudulikud taustteadmised ja puudub reaalne ettekujutus situatsioonist. Sellest arusaamiseks võiks sisuliselt samalaadse ülesande praktiliselt läbi teha.

Õ: Mängime meie ka nüüd poodi. Aga meie müüme riide asemel nõõri.

Õ: Müüja lõikas algul 3 meetrit nõõri. Näed, mõõdame koos, 3 meetrit on nii pikk, lõika see jupp ära.

Laps lõikab.

Õ: Müüja lõikas veel 2 meetrit? Mõõdame jälle koos, 2 meetrit on nii pikk, lõika see jupp ära.

Laps lõikab.

Õ: Mitu nõõrijuppi sa kokku ära lõikasid?

L: Kaks juppi.

Õ: Kui pikk oli esimene nõõrijupp?

L: 3 meetrit.

Õ: Kui pikk on teine jupp?

L: 2 meetrit.

Õ: Algul lõikasime 3 meetrit ja siis veel 2 meetrit juurde. Mitu meetrit me kokku ära lõikasime?

L: 5 meetrit.

Õ: Nii. Tubli. Vaatame nüüd seda eelmist ülesannet ka uuesti.

Järgnevalt on vajalik õpetajaga koostegevuses jõuda õige lahenduseni, et oleks võimalik selgitada, millistel tingimustel laps suudab sellise ülesande siiski ära lahendada.

Õ: Loe ülesanne veelkord uuesti läbi, ole hästi tähelepanelik.

Laps loeb.

Õ: Kui palju riidet müüja algul lõikas?

L: 3 meetrit.

Õ: Kirjuta. Mitu meetrit riidet müüja veel lõikas?

L: 2

Õ: Kirjuta.

Õ: Mis sa arvad, mitu riidetükki müüja ära lõikas?

Laps vaikib.

Õ: Tegime sama ülesande nõõriga. Mitu juppi sa ära lõikasid?

L: 2!

Õ: Müüja lõikas ka algul 3 meetrise tüki. Siis lõikas veel ühe 2 meetrise tüki. Mitu tükki ta riide küljest ära lõikas?

L: 2 tükki!

Lehele on nüüd kirjutatud 3 2

Õ: Mida need arvud sulle näitavad?

L: Algul lõigati 3 m siis veel 2 m.

Õ: Mida ülesandes küsitakse?

L: Mitu meetrit riidet müüja ära lõikas?

Õ: Tubli. Sa pead leidma mitu meetrit müüja **kokku** ära lõikas. Mis märgi sa nende arvude vahele pead nüüd panema?

L: Pluss.

Õ: Lahenda ülesanne. Kirjuta vastus

L:  $3 + 2 = 5$

Vastus: 5 meetrit

Õ: Mida sa teada said?

L: Et lõikas ära 5 m.

Õ: Väga tubli!

Nagu näha vajas laps elulisest ja ka matemaatilisest situatsioonist arusaamiseks praktilist tegevust ning oli võimeline osutatud abi kasutama katseülesande lahendamisel. See näitab, et laps on siiski õpetatav.

Kokkuvõtteks võib öelda, et seda tüüpi ülesandeid laps ei mõista ja iseiseisvalt lahendada ei oska. Seega tuleb talle spetsiaalselt õpetada selliseid hulkade kombineerimise ülesandeid, kus märksõna ei vasta tehemärgile, alustada tuleb esemelisest näitlikustamisest ja praktilistest tegevustest, st madalaimast raskusastmest.

Järgmisena näidatakse hulkade võrdlemis- ja ühendamiseseid sisaldava ülesande põhjal, kuidas uurida **kahetehtelise** tekstülesande lahendamiskust. Juba eelnevalt võib väita, et ülesanded, mis tegelevad hulkade võrdlemisega on lastele tunduvat keerulisemad kui teised ülesandetüübid.

#### Ülesanne:

Anul on 5 kommi. Peetril on 3 kommi vähem. Mitu kommi on lastel kokku?

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps oskab antud tüüpi ülesandeid lahendada: taastab loetu põhjal tekstibaasi, konstrueerib selle põhjal situatsioonimudeli ja matemaatiliste situatsioonide mudelid, koostab puuduvat tehtekomponenti fikseerivad võrdsed, valib õiged tehted, arvutab ja sõnastab vastuse.	Õpilasel palutakse ülesanne läbi lugeda, lahendada ja sõnastada vastus.

Õ: Loe ülesanne ette!

L: Anul on 5 kommi. Peetril on 3 kommi vähem. Mitu kommi on lastel kokku?

Õ: Lahenda ülesanne.

L: (lahendab kirjalikult paberile)  $5 + 3 = 7$

Õ: Kirjuta alla ülesande vastus.

L: 7

Õ: Ütle, mida sa teada said?

L: Kokku on 7 kommi.

Selle lahenduse põhjal võib teha mitmeid oletusi:

- laps ei ole reaalselt situatsiooni mõistnud, ei üritagi ülesannet lahendada kahetehtelisena, kasutab märksõna strateegiat – “**kokku**” viitab liitmis-tehtele;
- laps mõistab puudulikult osa – tervik suhteid;
- ei olnud tähelepanelik ja jättis tähelepanuta, et Peetril oli 3 kommi **vähem** ning lähtus koheselt märksõnast “**kokku**” liites kõik arvud;
- laps on harjunud sõnaühendiga “**võrra vähem**” ja ei mõista sõna “vähem” tähendust;
- laps ei tea kahetehtelise tekstülesande struktuuri.

Lisaks teeb laps vigu 10 piires arvutamisel.

Eeltoodud oletuste tõesuse kontrollimiseks koostab õpetaja koos lapsega matemaatilise situatsiooni mudeli:

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas õpilane oskab matemaatilist situatsiooni (juttu on hulkade võrdlemisest ja ühendamisest) kujutada sümbolite tasandil. Antud juhul oleks selle ülesande matemaatiline mudel $5 - 3 = 2$ ja $2 + 5 = 7$ .	Õpilasele esitatakse küsimusi ülesande tingimuste ja matemaatilise situatsiooni kohta.

Õ: Kas sa lahendasid ülesande õigesti? Loe veelkord, ole hästi tähelepanelik.  
Laps loeb.

Õ: Kui palju on Anul komme?

L: 5.

Õ: Kirjuta. Mida Peetri kohta teame?

L: Tal on 3 kommi – *vastus näitab, et laps ei orienteeru märksõnas.*

Õ: Loe veel, mis on Peetri kohta öeldud.

L: Tal on 3 kommi vähem – *vastus näitab, et laps suudab õpetajaga koostegevuses tekstist andmeid leida, maha lugeda.*

Õ: Lehele on nüüd kirjutatud 5 3

Õ: Mida need arvud sul näitavad?

L: Anul on 5 kommi ja Peetril 3 kommi vähem.

Õ: Kas sa tead, mitu kommi on Peetril?

L: Jah, 3 – vastus kinnitab oletust, et laps mõistab puudulikult matemaatilist situatsiooni - andmetevahelisi seoseid.

Antud juhul laps matemaatilist situatsiooni ei mõista. Probleem näib olevat selles, et laps ei mõista sõna “vähem” tähendust ja lisaks ei tunne ta ka kahetehtelise tekstülesande struktuuri. Järgnevalt uuritakse kas laps suudab iseseisvalt skeemi koostada ja sellele toetudes aru saada matemaatilisest situatsioonist. Lisaks selgitatakse, kas ta mõistab kahetehtelise tekstülesande struktuuri.

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas õpilane oskab iseseisvalt skeemi näol situatsiooni modelleerida ja kas ta mõistab tekstülesande struktuuri.	Palutakse õpilasel andmed välja tuua ja teha skeem.

Õ: Kirjuta andmed välja ja tee skeem. Lahenda.

L: Kirjutab

Anul 5 kommi, Peetril 3 kommi

Lahendab:  $5 + 3 = 8$

Laps toob andmed puudulikult välja, ei märgi arvandmete vahelisi seoseid (st ei tee ülesande sisulist analüüsi, märgib vaid arvandmed), küsimust välja ei kirjuta – seega ei tule toime skeemi iseseisva koostamisega. Põhjus võib olla väga lihtne – skeemide tegemist ei ole õpetatud. Probleem võib olla ka selles, et antud laps ei oska skeemi teha.

Kuna laps ei märgi ülesande küsimust, võib arvata, et ta ei mõista ka ülesande struktuuri. Antud lapsele tuleb spetsiaalselt õpetada andmete väljatoomist tekstist, et ta leiaks lahenduse seisukohalt olulist infot, teadvustaks suurustevahelised seosed.

Juhul kui laps tuleks antud etapil toime, võiks järeldada, et ta mõistis nii reaalselt kui ka matemaatilist situatsiooni ja oskas seda väljendada skemaatiliselt. Sel juhul on vaja järgnevalt lasta lapsel teha skeemi analüüs ja lahenduse otsing ning täiendada skeemi, (märkida, milline seos lahendatakse kõigepealt ja mis seejärel).

Kuna skeemi iseseisev koostamine ebaõnnestus, tuleks järgmise astmena lasta skeem valida.

Õ: Vali ülesande juurde sobiv skeem (valikuks 3 skeemi, üks neist õige).

Laps valib küll õige skeemi, aga lahendab ülesande valesti:  $5 + 3 = 8$ . Siin võib oletada, et skeemi õnnestunud valik oli juhuslik või ei oska laps seda lihtsalt kasutada, st ei oska teha skeemi analüüsi ja lahenduse otsingut.

Selleks, et neid oletusi kontrollida, koostatakse skeem ka koostegevuses õpetajaga.

Õ: Kirjutame andmed uuesti välja. Mida me täpselt teame?

L: Anul on 5 kommi.

Õ: Kirjuta. Mida Peetri kohta teame?

L: Peetril on 3 kommi.

Õ: Loe mis on Peetri kohta öeldud?

L: Peetril on 3 kommi vähem.

Õ: Kirjuta. Kellest vähem?

L: Anust.

Õ: Tõmba nool.

Laps ei saa aru.

Õ: Kelle kommidega Peetri komme võrreldakse?

L: Anu omadega.

Õ: Näed, ma tõmban noole Anu juurde.

Õ: Mida küsitakse?

L: Mitu kommi on lastel kokku?

Õ: Kirjuta joone alla küsimus.

Laps kirjutab.

Õ: Vaata nüüd skeemi ja lahenda ülesanne.

L:  $5 + 3 = 8$

Tulemus on ootuspärane, sest ülesande seoste analüüsi tegi tegelikult ju õpetaja. Laps vastas vaid teksti põhjal ülesande küsimustele, skeemi analüüsi ja lahenduse otsingut aga ei järgnenud – järelikult on loomulik, et ka lahenduse kvaliteet ei paranenud. On selgelt näha, et lapsele on andmete väljatoomine uudne ja esinevad raskused suhete mõistmisel ning märkimisel skemaatiliselt, mis viitab ka sellele, et laps ei tee ülesandes kirjeldatava situatsiooni analüüsi.

Kui laps oleks sel etapil toime tulnud, oleks see näidanud, et ta teeb ülesande sisulist analüüsi, mõtestab seoseid, mille tulemusena valmib ka skeem (st ta oskab neid seoseid skemaatiliselt kujutada). Kui laps oleks suutnud järgnevalt ülesande õigesti ka lahendada, oleks see näidanud, et ta oskab toetudes skeemi analüüsile välja töötada lahendusstrateegiat.

Tõenäoliselt ei taju laps tekstülesannet kahetehtelisena, st ei mõista ülesande struktuuri.

Kuna aga antud juhul skeemi koostamine õpetaja abiga ei andnud soovitud tulemusi, tuleb lasta teha joonis.

Õ: Palun tee joonis ülesande kohta.

Laps ei tule toime.

Seejärel palutakse joonis valida (kolmest joonisest üks on õige)

Õ: Palun vali joonis.

Laps ei tule toime.

Kuna laps iseseisvalt ei tulnud toime, analüüsib õpetaja järgmise abistamise astmena koos lapsega ülesannet ja laps teeb samas ka joonise.

Õ: Mitu kommi on Anul?

L: 5 kommi.

Õ: Joonista Anu kommid.

Laps joonistab 5 kommi.

Õ: Mitu kommi on Peetril?

L: 3 kommi.

Õ: Palun loe tähelepanelikult, mis on Peetri kohta öeldud?

L: Peetril on 3 kommi vähem.

Õ: Mitu kommi sa nüüd Peetrile joonistad?

Laps on segaduses.

Õ: Kellel on komme vähem?

L: Peetril.

Õ: Aga mitu kommi on tal vähem?

L: 3 kommi vähem.

Õ: Joonista nii palju komme Peetrile, et tal oleks Anust 3 kommi vähem.

Laps joonistab 3 kommi.

Järgmise abistava võttena (selleks peavad kommid olema joonistatud kohakuti):

Õ: Ühendame Anu ja Peetri kommid joontega.

Laps ühendab.

Õ: Mitu kommi on Peetril praegu vähem?

L: 2!

Õ: Aga mitu kommi peab Peetril vähem olema?

L: 3!

Õ: Paranda viga.

Laps parandab.

Õ: Nüüd on Peetril 3 kommi vähem. Aga vaata nüüd mitu kommi Peetril on?

L: 2 kommi!

Õ: Väga tubli!

Laps mõistis antud matemaatilist situatsiooni vaid alles õpetajaga koos tehtud joonise abil. Nüüd tuleb täpsustada, kas laps kahetehtelise tekstülesande struktuuri mõistab.

Selleks on otstarbekas minna samalt tasandilt edasi, endiselt joonist täiendades.

Õ: Mida ülesandes võrreldakse?

L: Komme.

Õ: Kelle komme võrreldakse?

L: Anu ja Peetri.

Õ: Kelle kommide arvu me täpselt teadsime?

L: Anu komme.

Õ: Mitu kommi on Anul?

L: 5 kommi.

Õ: Mitu kommi on Anul Peetrist rohkem, vaata joonist!

L: 3 kommi rohkem!

Õ: Kelle kommide arvu me kohe ei teadnud?

L: Peetri.

Õ: Mitu kommi on Peetril?

L: 2 kommi!

Õ: Mitu kommi on tal Anust vähem, vaata jooniselt?

L: 3 vähem.

Õ: Aga mida meie ülesandes küsiti?

L: Mitu kommi on lastel kokku.

Õ: Tõmba joonisele ka ring ümber. Nüüd leiame mõlema lapse kommide hulga.

Laps tõmbab ringi ümber.

Õ: Mitu kommi on Anul?

L: 5.

Õ: Mitu kommi Peetril?

L: 2.

Õ: Mis tehtega sa leiad kommide hulga?

L: Liitmistehtega.

Õ: Arvuta.

L:  $5+2=7$

Õ: Mida sa teada said?

L: Et lastel on kokku 7 kommi.

Õ: Kas said kohe arutada mitu kommi on lastel kokku?

L: Sain küll.

Õ: Aga kelle kommide arvu me algul täpselt ei teadnud?

L: Peetri komme.

Võib väita, et laps mõistis matemaatilist situatsiooni alles joonise abil näitlikustades. Põhjalikku tööd tuleb teha võrdlussuhete õpetamisel, kasutada ülesannetes nii ühendeid “võrra-vähem/rohkem” kui “vähem/rohkem”, et vältida stereotüüpide teket. On näha, et kahetehtelise tekstülesande struktuuri mõistmisega on lapsel samuti raskusi ja seda tuleb otsast peale õpetada. Selleks tuleks lapsega teha paralleelselt ühetehtelisi tekstülesandeid ja hakata neid ühendama e peab toimuma sujuv üleminek ühetehtelistelt ülesannetelt kahetehteliste lahendamisele.

Pedagoogiline uurimine peaks haarama kõiki õpitavaid ülesandetüüpe, sest erinevad tüübid nõuavad erinevaid teadmiste struktuure ja strateegiaid lahendamiseks ning võib selguda, et lapsel esinevad probleemid just kindla ülesandetüübi puhul.

Katsematerjali ühe- ja kahetehtelise tekstülesande lahendamisoskuse uurimiseks leiab aadressilt

<http://www.ut.ee/curriculum/HEV/Individuaalne>

Juhendi lisa nr 7, lk 50–57.



# ERIPEDAGOOGIKA

Nr. 32, märts 2009

MATEMAATIKA 1.OSA

